

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования

**«Дальневосточный федеральный университет»**

**(ДВФУ)**

|  |
| --- |
| **ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ И КОМПЬЮТЕРНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ**  **Департамент математического и компьютерного моделирования** |

**О Т Ч Е Т**

к лабораторной работе №2 по дисциплине

«Математическое моделирование»

направление подготовки

01.03.02 «Прикладная математика и информатика»

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | Выполнил студент  гр. Б9120-01.03.02миопд  Крюков Н.В. \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_  *(Ф.И.О.) (подпись)*  Проверил  профессор  Пермяков М.С. \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ |
|  |  | *(Ф.И.О.) (подпись)*  « 3 » февраля 2023г. |
|  |  |  |

г. Владивосток

2023

Оглавление

[Определение цели 3](#_Toc126265405)

[Дополнительная информация к задаче 3](#_Toc126265406)

[Создание математической модели 3](#_Toc126265407)

[Нагревательный прибор без терморегулятора 3](#_Toc126265408)

[Нагревательный прибор с терморегулятором 4](#_Toc126265409)

[Анализ модели 5](#_Toc126265410)

[Численное решение 5](#_Toc126265411)

[Нагревательный прибор без терморегулятора 5](#_Toc126265412)

[Нагревательный прибор с терморегулятором 5](#_Toc126265413)

[Вывод 6](#_Toc126265414)

# Определение цели

Однажды русский физик Эмиль Ленц обнаружил, что при тепловом воздействии на металлические проводники их сопротивление кардинально изменялось. Спустя несколько лет он нашёл закономерность этого явления:

«Количество тепловой энергии, выделяемой в проводнике, через который течёт электрический ток, равно произведению силы тока, напряжения и времени прохождения тока через проводник.»

Как оказалось позднее, аналогичные эксперименты проводил Джеймс Джоуль, а он уже опубликовал свои наблюдения. Но, как заметил Ленц, его результаты оказались более точными, чем результаты Джоуля. В связи с чем научное сообщество признало работу, и теперь данный закон именуется законом Джоуля-Ленца.

Он является наглядной демонстрацией превращения электрической энергии в тепловую.

Но в быту людей интересует не то, почему предмет нагревается, а то, как быстро он нагреется.

Создадим модель нагревательного прибора и посмотрим, как будет изменяться его температура с течением времени при различных параметрах прибора.

# Дополнительная информация к задаче

Необходимо получить график изменения температуры умного нагревательного прибора при условии всех теплопотерь.

Рассмотрим два варианта задачи:

* Нагревательный прибор без терморегулятора,
* Нагревательный прибор с терморегулятором.

# Создание математической модели

## Нагревательный прибор без терморегулятора

Для того, чтобы построить график изменения температуры, необходимо узнать, за счёт чего температура увеличивается и за счёт чего она может уменьшаться. При увеличении или уменьшении температуры количество тепла нагревательного прибора также увеличивается или уменьшается:

где – удельная теплоёмкость материала, из которого сделан нагревательный прибор, – масса прибора, – количество энергии, – температура прибора.

Увеличение температуры происходит из-за преобразования электрической энергии в тепловую по закону Джоуля-Ленца:

где – сила тока на нагревательном приборе, – напряжение, – изменение времени, – мощность нагревательного прибора.

А уменьшение температуры может происходить по нескольким причинам: конвекция и тепловое излучение:

где – коэффициент конвективного теплообмена, – площадь поверхности нагревательного прибора, – температура атмосферы/окружающего воздуха, примем равным , – постоянная Стефана-Больцмана, равна , – конвективные теплопотери, – тепловое излучение.

Введём переобозначение для суммарных теплопотерь:

Объединим формулы и :

Приравняем формулы и :

После очевидных преобразований получим:

Было получено дифференциальное уравнение изменения температуры от времени у нагревательного прибора без терморегулятора.

## Нагревательный прибор с терморегулятором

Добавим в модель простой терморегулятор. Если температура прибора превосходит определённое значение , то нагрев приостанавливается.

Введём функцию , которая будет иметь такое поведение:

Добавим данную функцию в уравнение :

Преобразуем это уравнение:

# Анализ модели

Заметим, что в модели без терморегулятора нагревательный прибор не может повышать свою температуру выше определённого значения, так как мощность не зависит от температуры, а суммарные теплопотери – зависят.

Приостановка нагрева произойдёт в тот момент, когда изменение температуры в формуле станет нулевым, то есть:

# Численное решение

## Нагревательный прибор без терморегулятора

С помощью программы компьютерной математики MathCad, смоделируем изменения температуры, решив дифференциальное уравнение методом Эйлера первого порядка с различными начальными условиями и параметрами:

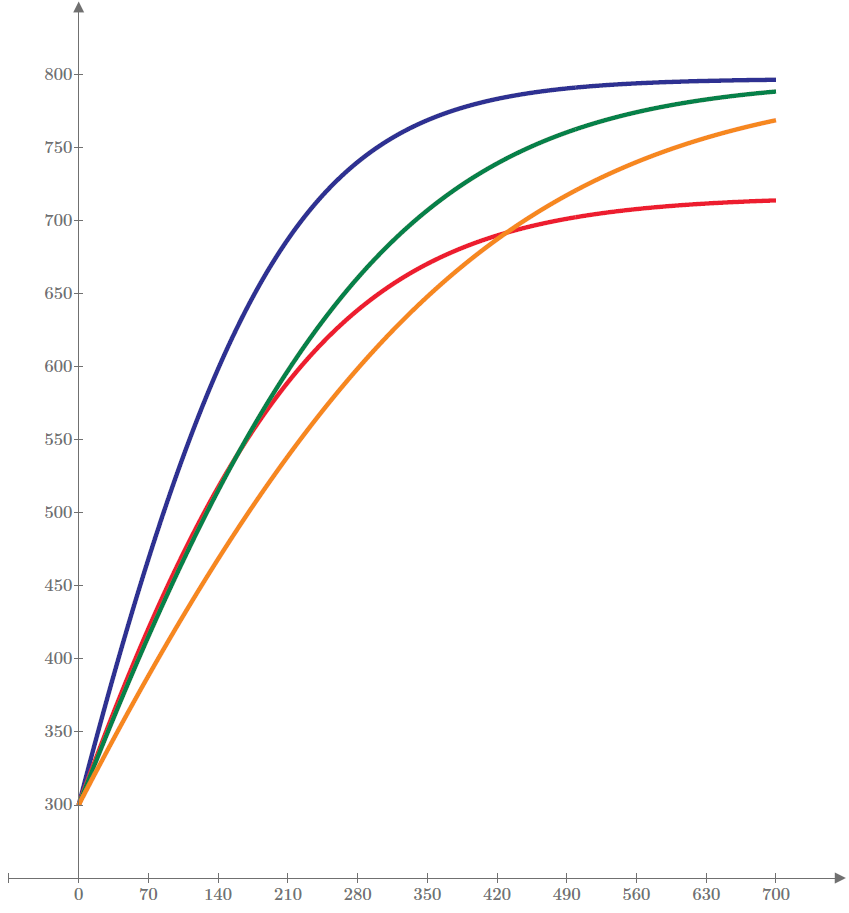


График температуры без терморегулятора

## Нагревательный прибор с терморегулятором

Также, решим дифференциальное уравнение для демонстрации модели прибора с терморегулятором, таже с различными параметрами:

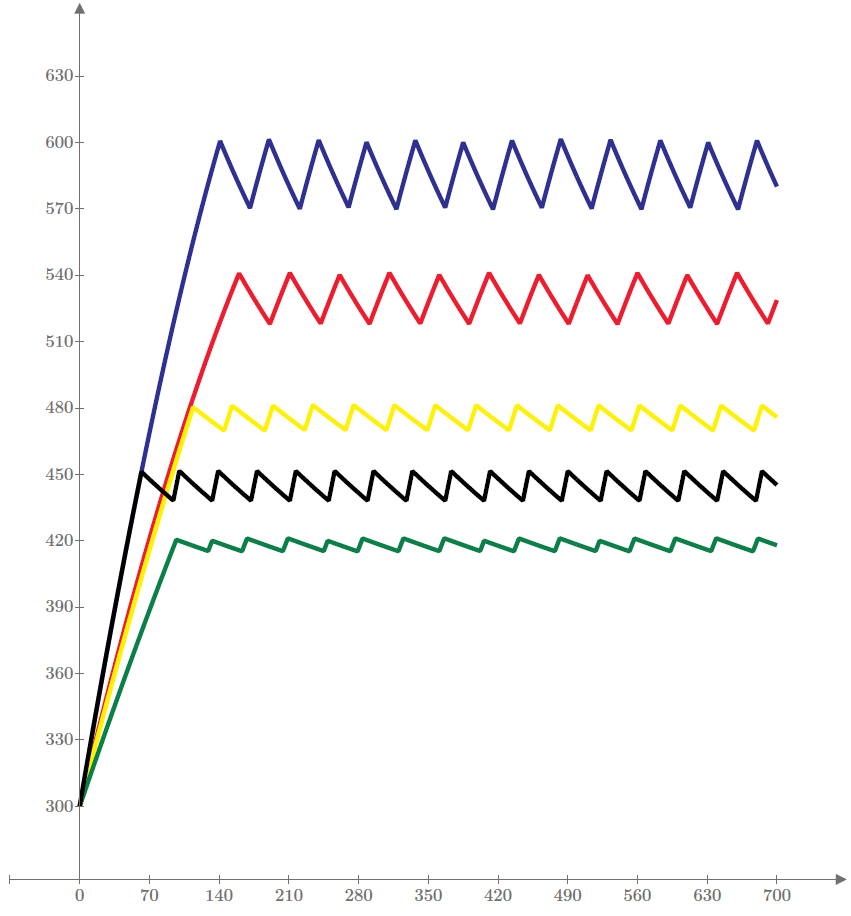


График температуры с терморегулятором

# Вывод

В данной работе была построена и протестирована модель нагревательного прибора при различных условиях и параметрах.